Μάνος Μαυρογιάννης

11ο ΦΥΛΛΑΔΙΟ — ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ , ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ Α΄ ΒΑΘΜΟΥ

1) Αν η εξίσωση : $(\alpha+1)\cdot\chi-2\cdot(\beta\cdot\chi+\alpha\cdot\psi)+\alpha^2+\beta^2+\psi^2=0$, όπου $\alpha,\beta,\chi,\psi\in\mathbb{R}$, αληθεύει για κάθε $\chi\in\mathbb{R}$, να βρείτε τους αριθμούς α,β,ψ .

2) Να επιλυθούν οι παρακάτω εξισώσεις :

(i) $\lambda(3\lambda+2)\cdot\chi=4\lambda+(2\lambda-3)\cdot\chi-2$, $\lambda\in\mathbb{R}$,

(ii) $\dfrac{\chi+1}{\chi-1}-\dfrac{\chi-1}{\chi+1}=\dfrac{4}{\chi+1}\cdot\left(1+\dfrac{1}{\chi+1}\right)$,

(iii) $\alpha^3\cdot(\beta\cdot\chi-\alpha)=\beta^3\cdot(\alpha\cdot\chi-\beta)\cdot\chi$, $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$,

(iv) $(\alpha-\beta)\cdot(\chi+\alpha)=(\alpha+\beta)\cdot(\chi-\beta)$, $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$,

(v) $\dfrac{\alpha+\beta}{\chi}-\dfrac{2\beta}{\alpha-\beta}=2-\dfrac{\alpha-\beta}{\chi}$, $\chi\neq 0$, $\alpha\neq\beta$, $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$,

(vi) $\lambda\cdot(\lambda\cdot\chi+1)-(2\cdot\lambda-1)^2=4\cdot(\chi-\lambda)+1$, $\lambda\in\mathbb{R}$.

3) Να λύσετε την εξίσωση :

$$\frac{1}{2\cdot\chi+1}\cdot\left(\frac{1}{\chi+1}+\frac{1}{\chi}\right)+\frac{1}{2\cdot\chi+3}\cdot\left(\frac{1}{\chi+1}+\frac{1}{\chi+2}\right)+\frac{1}{2\cdot\chi+5}\cdot\left(\frac{1}{\chi+2}+\frac{1}{\chi+3}\right)=\frac{3}{\chi\cdot(\chi+3)}$$

, αφού πρώτα κάνετε όλους τους δυνατούς περιορισμούς για το $\chi\in\mathbb{R}$.

4) Να λυθεί η εξίσωση : $\dfrac{\chi+2}{\chi+1}+\dfrac{\chi+7}{\chi+6}=\dfrac{\chi+3}{\chi+2}+\dfrac{\chi+6}{\chi+5}$.

5) Να λυθεί η εξίσωση : $\dfrac{\chi-1}{2018}+\dfrac{\chi-2}{2017}+\dfrac{\chi-3}{2016}+\dfrac{\chi-4}{2015}=4$.

6) Να λύσετε την εξίσωση $\dfrac{\chi-\alpha-\beta}{\gamma}+\dfrac{\chi-\beta-\gamma}{\alpha}+\dfrac{\chi-\gamma-\alpha}{\beta}=3$, όπου $\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}+\dfrac{1}{\gamma}\neq 0$.

7) Για τους αριθμούς $\mu,\rho\in\mathbb{R}$ που επαληθεύουν τη σχέση :

$\mu^2+\rho^2+4-\mu\cdot\rho-2\cdot\mu-2\cdot\rho=0$, να λυθεί η εξίσωση : $\dfrac{\lambda}{\chi-\lambda}+\dfrac{\mu}{\chi+\mu}=\dfrac{\lambda+\mu}{\chi-(\mu+\rho)}$, $\lambda\in\mathbb{R}$.

8) Αν η εξίσωση : $(\lambda^2-4)\cdot\chi=(\lambda-2)^2$, όπου $\lambda\in\mathbb{R}$ είναι ταυτότητα ως προς $\chi\in\mathbb{R}$ να αποδείξετε ότι η εξίσωση : $(\lambda^2-3\cdot\lambda+2)\cdot\chi=\lambda^2-2\cdot\lambda$ έχει δύο διαφορετικές λύσεις μεταξύ τους και η εξίσωση : $(\lambda^3-8)\cdot\chi=\lambda^2+2\cdot\lambda$ είναι αδύνατη .